1.10 ΠΡΑΞΕΙΣ ΡΗΤΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ

Β. ΠΡΟΣΘΕΣΗ –ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΡΗΤΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Πρόσθεση ομωνύμων ρητών παραστάσεων

Δημιουργούμε ένα κλάσμα που έχει αριθμητή το άθροισμα των αριθμητών και παρονομαστή τον κοινό παρονομαστή, κάνουμε τις πράξεις στον αριθμητή και απλοποιούμε το αποτέλεσμα

2.

Πρόσθεση ετερωνύμων ρητών παραστάσεων

Κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα και συνεχίζουμε όπως στο 1

ΣΧΟΛΙΟ

Στην πρόσθεση κλασμάτων : Πριν κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα ελέγχουμε μήπως κάποιο από αυτά απλοποιείται

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές και με Λ αν είναι λανθασμένες

α) $\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{1}{x+1}=1$ Σ

β) $\dfrac{1}{\kappa}+\dfrac{1}{\lambda}=\dfrac{2}{\kappa+\lambda}$ Λ

γ) $\dfrac{\alpha+4}{\alpha}-\dfrac{4}{\alpha}=1$ Σ

δ) $\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}+\dfrac{\alpha+\beta}{\beta-\alpha}=0$ Σ

ε) $1+\dfrac{1}{\kappa}=\dfrac{2}{\kappa}$ Λ

στ) $\dfrac{\alpha}{\kappa}-\dfrac{\alpha+3}{\kappa}=\dfrac{3}{\kappa}$ Λ

Προτεινόμενη λύση

α) $\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{x+1}{x+1}=1$ άρα η πρόταση είναι Σ

β) $\dfrac{1}{\kappa}+\dfrac{1}{\lambda}=\dfrac{\lambda}{\kappa\lambda}+\dfrac{\kappa}{\kappa\lambda}=\dfrac{\lambda+\kappa}{\kappa\lambda}$ άρα η πρόταση είναι Λ

γ) $\dfrac{\alpha+4}{\alpha}-\dfrac{4}{\alpha}=\dfrac{\alpha+4-4}{\alpha}=\dfrac{\alpha}{\alpha}=1$ άρα η πρόταση είναι Σ

δ) $\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}+\dfrac{\alpha+\beta}{\beta-\alpha}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}-\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=0$ άρα η πρόταση είναι Σ

ε) $1+\dfrac{1}{\kappa}=\dfrac{\kappa}{\kappa}+\dfrac{1}{\kappa}=\dfrac{\kappa+1}{\kappa}$ άρα η πρόταση είναι Λ

στ) $\dfrac{\alpha}{\kappa}-\dfrac{\alpha+3}{\kappa}=\dfrac{\alpha-(\alpha+3)}{\kappa}=\dfrac{\alpha-\alpha-3}{\kappa}=\dfrac{-3}{\kappa}$ άρα η πρόταση είναι Λ

2.

Να συμπληρώστε τα παρακάτω κενά

α) $\dfrac{x}{x+3}+\ldots=1$ **β)** $\dfrac{x}{x+6}-\ldots=0$

γ) $\ldots+\dfrac{x}{x+11}=\dfrac{2x}{x+11}$ **δ)** $\ldots-\dfrac{3}{x+2}=\dfrac{2}{x+2}$

ε) $\dfrac{5x-1}{x}+\ldots=2$ **στ)** $\dfrac{8x+\alpha}{x}-\ldots=8$

Προτεινόμενη λύση

α) $\dfrac{x}{x+3}+\dfrac{3}{x+3}=1$ **β)** $\dfrac{x}{x+6}-\dfrac{x}{x+6}=0$

γ) $\dfrac{x}{x+11}+\dfrac{x}{x+11}=\dfrac{2x}{x+11}$ **δ)** $\dfrac{5}{x+2}-\dfrac{3}{x+2}=\dfrac{2}{x+2}$

ε) $\dfrac{5x-1}{x}+\dfrac{1}{x}=5$ **στ)** $\dfrac{8x+\alpha}{x}-\dfrac{\alpha}{x}=8$

3.

Να γίνουν οι πράξεις

α) $\dfrac{2}{\alpha}+\dfrac{3}{\beta}$ **β)** $\dfrac{1}{\alpha\beta}-\dfrac{2}{\alpha\gamma}$ **γ)** $\dfrac{3}{\alpha^2\gamma}+\dfrac{1}{\beta\gamma^2}-\dfrac{2}{\beta^2\alpha}$ **δ)** $\dfrac{x}{x+y}-\dfrac{y}{x-y}$

Προτεινόμενη Λύση

α)

(Ε. Κ. Π = α β) , $\dfrac{2}{\alpha}+\dfrac{3}{\beta}=\dfrac{2\beta}{\alpha\beta}+\dfrac{3\alpha}{\alpha\beta}=\dfrac{2\beta+3\alpha}{\alpha\beta}$

β)

(Ε. Κ. Π = α β γ) , $\dfrac{1}{\alpha\beta}-\dfrac{2}{\alpha\gamma}=\dfrac{\gamma}{\alpha\beta\gamma}-\dfrac{2\beta}{\alpha\beta\gamma}=\dfrac{\gamma-2\beta}{\alpha\beta\gamma}$

γ)

(Ε. Κ. Π = $\alpha^2\beta^2\gamma^2$) , $\dfrac{3}{\alpha^2\gamma}+\dfrac{1}{\beta\gamma^2}-\dfrac{2}{\beta^2\gamma}=\dfrac{3\beta^2\gamma}{\alpha^2\beta^2\gamma^2}+\dfrac{\alpha^2\beta}{\alpha^2\beta^2\gamma^2}-\dfrac{2\alpha^2\gamma}{\alpha^2\beta^2\gamma^2}=$

$$=\dfrac{3\beta^2\gamma+\alpha^2\beta-2\alpha\gamma^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2}$$

δ)

(Ε.Κ.Π) = (x + y)(x − y),
$$\frac{x}{x+y}-\frac{y}{x-y}=\frac{x(x-y)}{(x+y)(x-y)}-\frac{y(x+y)}{(x+y)(x-y)}=$$
$$=\frac{x(x-y)-y(x+y)}{(x+y)(x-y)}.=$$
$$=\frac{x^2-xy-xy-y^2}{(x+y)(x-y)}=\frac{x^2-2xy-y^2}{(x+y)(x-y)}$$

4.

Ομοίως οι πράξεις

α) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}-\frac{4\alpha\beta}{\alpha^2-\beta^2}$ **β)** $\frac{x^2+y^2}{x^2-xy}-\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}$ **γ)** $\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}-1\right)\left(1-\frac{1}{1+\alpha}\right)$

Προτεινόμενη Λύση

α)
$$\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}-\frac{4\alpha\beta}{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}=$$
Ε. Κ. Π = (α + β)(α − β)
$$=\frac{(\alpha+\beta)(\alpha+\beta)}{(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)}-\frac{4\alpha\beta}{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}=\frac{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}=$$
$$=\frac{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}=\frac{\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2-4\alpha\beta}{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}=$$
$$=\frac{\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2}{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}=\frac{(\alpha-\beta)^2}{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}=\frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}$$

β)
$$\frac{x^2+y^2}{x^2-xy}-\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-\psi^2}=\frac{x^2+y^2}{x(x-y)}-\frac{x^2+2xy+y^2}{(x+y)(x-y)}$$
Ε. Κ. Π = x(x + y)(x − y) οπότε η παράσταση γίνεται
$$\frac{(x^2+y^2)(x+y)}{x(x+y)(x-y)}-\frac{x(x^2+2xy+y^2)}{x(x+y)(x-y)}=\frac{(x^2+y^2)(x+y)-x(x^2+2xy+y^2)}{x(x+y)(x-y)}=$$
$$=\frac{x^3+x^2y+y^2x+y^3-x^3-2x^2y-xy^2}{x(x+y)(x-y)}=\frac{y^3-x^2y}{x(x+y)(x-y)}=\frac{y(y^2-x^2)}{x(x+y)(x-y)}=$$
$$=\frac{y(y+x)(y-x)}{x(x+y)(x-y)}=\frac{-y(y+x)(x-y)}{x(x+y)(x-y)}=-\frac{y}{x}$$

γ)
$$\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}-1\right)\cdot\left(1-\frac{1}{1+\alpha}\right)=$$
(κάνουμε πράξεις πρώτα μέσα στις παρενθέσεις δηλαδή ομώνυμα κτλ)
$$=\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}-\frac{1-\alpha}{1-\alpha}\right)\cdot\left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha}-\frac{1}{1+\alpha}\right)=$$
$$=\left(\frac{1+\alpha-1+\alpha}{1-\alpha}\right)\left(\frac{1+\alpha-1}{1+\alpha}\right)=\frac{2\alpha\cdot\alpha}{(1-\alpha)(1+\alpha)}=\frac{2\alpha^2}{(1-\alpha)(1+\alpha)}$$

5.

Να γίνουν οι πράξεις

α) $\left(\alpha-\dfrac{1}{\alpha}\right)^2 \dfrac{\alpha^3+\alpha^2}{(\alpha+1)^3}$

β) $\left(\dfrac{x^3+y^3}{x^2-y^2}\right) : \left(\dfrac{x^2}{x-y}-y\right)$

γ) $\dfrac{x}{x^2+y^2}-\dfrac{y(x-y)^2}{x^4-y^4}$

δ) $\dfrac{8x}{x^2-16}+\dfrac{12}{x+4}+\dfrac{4}{4-x}$

Προτεινόμενη Λύση

α)

$$\left(\alpha-\frac{1}{\alpha}\right)^2 \frac{\alpha^3+\alpha^2}{(\alpha+1)^3} = \left(\frac{\alpha^2-1}{\alpha}\right)^2 \frac{\alpha^2(\alpha+1)}{(\alpha+1)^3}$$

$$= \frac{[(\alpha-1)(\alpha+1)]^2}{\alpha^2} \frac{\alpha^2(\alpha+1)}{(\alpha+1)^3}$$

$$= \frac{(\alpha-1)^2(\alpha+1)^2}{\alpha^2} \frac{\alpha^2}{(\alpha+1)^2} = (\alpha-1)^2$$

β)

$$\left(\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}\right) : \left(\frac{x^2}{x-y}-y\right) = \left(\frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)(x+y)}\right) : \left(\frac{x^2-xy+y^2}{x-y}\right)$$

$$= \frac{x^2-xy+y^2}{x-y} \cdot \frac{x-y}{x^2-xy+y^2} = 1$$

γ)

$$\frac{x}{x^2+y^2}-\frac{y(x-y)^2}{x^4-y^4} = \frac{x}{x^2+y^2}-\frac{y(x-y)^2}{(x^2-y^2)(x^2+y^2)} =$$

$$= \frac{x}{x^2+y^2}-\frac{y(x-y)^2}{(x-y)(x+y)(x^2+y^2)} =$$

$$= \frac{x}{x^2+y^2}-\frac{y(x-y)}{(x+y)(x^2+y^2)} =$$

$$= \frac{x(x+y)}{(x^2+y^2)(x+y)}-\frac{y(x-y)}{(x+y)(x^2+y^2)} =$$

$$= \frac{x(x+y)-y(x-y)}{(x^2+y^2)(x+y)} =$$

$$= \frac{x^2+xy-xy+y^2}{(x^2+y^2)(x+y)} = \frac{x^2+y^2}{(x^2+y^2)(x+y)} = \frac{1}{x+y}$$

δ)

$$\frac{8x}{x^2-16}+\frac{12}{x+4}+\frac{4}{4-x}=\frac{8x}{(x-4)(x+4)}+\frac{12}{x+4}-\frac{4}{x-4}=$$

$$=\frac{8x}{(x-4)(x+4)}+\frac{12(x-4)}{(x+4)(x-4)}-\frac{4(x+4)}{(x-4)(x+4)}$$

$$=\frac{8x+12(x-4)-4(x+4)}{(x-4)(x+4)}=$$

$$=\frac{8x+12x-48-4x-16}{(x-4)(x+4)}=\frac{16x-64}{(x-4)(x+4)}=$$

$$=\frac{16(x-4)}{(x-4)(x+4)}=\frac{16}{x+4}$$

6 .

α) Αν α,β,γ πλευρές τριγώνου και $\frac{\beta}{\alpha+\gamma}-\frac{\gamma}{\alpha+\beta}=0$, δείξτε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές

β) Αν $\alpha+\beta+\gamma=0$, δείξτε ότι $\frac{\alpha^2-\beta^2-2\beta\gamma}{\alpha+\beta}+\frac{\beta^2-\gamma^2-2\alpha\gamma}{\beta+\gamma}+\frac{\gamma^2-\alpha^2-2\alpha\beta}{\alpha+\gamma}=0$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\frac{\beta}{\alpha+\gamma}-\frac{\gamma}{\alpha+\beta}=0 \quad \text{άρα} \quad \frac{\beta(\alpha+\beta)}{(\alpha+\gamma)(\alpha+\beta)}-\frac{\gamma(\alpha+\gamma)}{(\alpha+\beta)(\alpha+\gamma)}=0$$

$$\frac{\beta(\alpha+\beta)-\gamma(\alpha+\gamma)}{(\alpha+\gamma)(\alpha+\beta)}=0$$

$$\frac{\beta\alpha+\beta^2-\gamma\alpha-\gamma^2}{(\alpha+\gamma)(\alpha+\beta)}=0$$

$$\frac{\alpha(\beta-\gamma)+(\beta-\gamma)(\beta+\gamma)}{(\alpha+\gamma)(\alpha+\beta)}=0$$

$$\frac{(\beta-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)}{(\alpha+\gamma)(\alpha+\beta)}=0 \quad \text{κλάσμα 0 αριθμητής 0 άρα}$$

$(\beta-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)=0$

$\beta-\gamma=0$ ή $\alpha+\beta+\gamma=0$

$\beta=\gamma$ οπότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές

Η περίπτωση $\alpha+\beta+\gamma=0$ είναι αδύνατη αφού τα α,β,γ σαν μήκη πλευρών τριγώνου είναι θετικοί αριθμοί.

β)

Αφού $\alpha+\beta+\gamma=0$, θα είναι $\alpha+\beta=-\gamma$ και $\alpha+\gamma=-\beta$ και $\beta+\gamma=-\alpha$ **(1)**

$$\frac{\alpha^2-\beta^2-2\beta\gamma}{\alpha+\beta}+\frac{\beta^2-\gamma^2-2\alpha\gamma}{\beta+\gamma}+\frac{\gamma^2-\alpha^2-2\alpha\beta}{\alpha+\gamma}=$$

Σχόλιο

$$=\frac{(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)-2\beta\gamma}{\alpha+\beta}+\frac{(\beta-\gamma)(\beta+\gamma)-2\alpha\gamma}{\beta+\gamma}+\frac{(\gamma-\alpha)(\gamma+\alpha)-2\beta\alpha}{\alpha+\gamma} \quad \text{και λόγω των (1)}$$

$$= \frac{(\alpha-\beta)(-\gamma)-2\beta\gamma}{-\gamma} + \frac{(\beta-\gamma)(-\alpha)-2\alpha\gamma}{-\alpha} + \frac{(\gamma-\alpha)(-\beta)-2\beta\alpha}{-\beta} =$$

$$= \frac{(-\gamma)(\alpha-\beta+2\beta)}{-\gamma} + \frac{(-\alpha)(\beta-\gamma+2\gamma)}{-\alpha} + \frac{(-\beta)(\gamma-\alpha+2\alpha)}{-\beta} =$$

$= \alpha + \beta + \beta + \gamma + \gamma + \alpha = 2(\ \alpha + \beta + \gamma\ ) = 2\cdot 0 = 0$

7.

Δείξτε ότι

α) $\dfrac{x^2+y^2}{x^2}+\dfrac{2y}{x}=\left(1+\dfrac{y}{x}\right)^2$ **β)** $\left(\dfrac{2x}{x^2-y^2}+\dfrac{3}{x+y}-\dfrac{1}{x-y}\right)\cdot\left(\dfrac{x^2+y^2}{xy^2}+\dfrac{2}{y}\right)=\dfrac{4(x+y)}{xy^2}$

γ) $\dfrac{1-2x}{2x+1}-\dfrac{2x+1}{2x-1}+\dfrac{20x^2-1}{4x^2-1}=3$ **δ)** $\left(\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}+\dfrac{\beta}{\alpha-\beta}\right):\left(\dfrac{\alpha}{\alpha-\beta}-\dfrac{\beta}{\alpha+\beta}\right)=1$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\frac{x^2+y^2}{x^2}+\frac{2y}{x}=\frac{x^2+y^2}{x^2}+\frac{2yx}{x^2}=\frac{x^2+y^2+2xy}{x^2}=\frac{(x+y)^2}{x^2}=\left(\frac{x+y}{x}\right)^2=\left(1+\frac{y}{x}\right)^2$$

β)

$$\left(\frac{2x}{x^2-y^2}+\frac{3}{x+y}-\frac{1}{x-y}\right)\cdot\left(\frac{x^2+y^2}{xy^2}+\frac{2}{y}\right)=$$

$$=\left(\frac{2x}{(x-y)(x+y)}+\frac{3}{x+y}-\frac{1}{x-y}\right)\cdot\left(\frac{x^2+y^2}{xy^2}+\frac{2}{y}\right)=$$

$$=\left(\frac{2x}{(x-y)(x+y)}+\frac{3(x-y)}{(x+y)(x-y)}-\frac{1(x+y)}{(x-y)(x+y)}\right)\cdot\left(\frac{x^2+y^2}{xy^2}+\frac{2xy}{xy^2}\right)=$$

$$=\left(\frac{2x+3(\ x-y)\ -(\ x+y)}{(x-y)(x+y)}\right)\cdot\left(\frac{x^2+y^2+2xy}{xy^2}\right)=$$

$$=\frac{2x+3x-3y-x-y}{(x-y)(x+y)}\cdot\frac{(x+y)^2}{xy^2}$$

$$=\frac{4(x-y)}{(x-y)(x+y)}\cdot\frac{(x+y)^2}{xy^2}=\frac{4(x+y)}{xy^2}$$

γ)

$$\frac{1-2x}{2x+1}-\frac{2x+1}{2x-1}+\frac{20x^2-1}{4x^2-1}=\frac{1-2x}{2x+1}-\frac{2x+1}{2x-1}+\frac{20x^2-1}{(2x-1)(2x+1)}=$$

$$=\frac{(1-2x)(2x\ -1)}{(2x+1)(2x-1)}-\frac{(2x+1)(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)}+\frac{20x^2-1}{(2x-1)(2x+1)}=$$

$$=\frac{(1-2x)(2x\ -1)-(2x+1)(2x+1)+20x^2-1}{(2x+1)(2x-1)}=$$

$$=\frac{2x\ -1-4x^2\ +2x-4x^2-2x-2x-1+20x^2-1}{(2x+1)(2x-1)}=$$

$$=\frac{12x^2-3}{(2x+1)(2x-1)}=\frac{3(4x^2-1)}{(2x+1)(2x-1)}=\frac{3(2x-1)(2x+1)}{(2x+1)(2x-1)}=3$$

δ)

$$\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}+\frac{\beta}{\alpha-\beta}\right):\left(\frac{\alpha}{\alpha-\beta}-\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)=$$

$$=\left(\frac{\alpha(\alpha-\beta)}{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}+\frac{\beta(\alpha+\beta)}{(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)}\right):\left(\frac{\alpha(\alpha+\beta)}{(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)}-\frac{\beta(\alpha-\beta)}{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}\right)=$$

$$=\left(\frac{\alpha(\alpha-\beta)+\beta(\alpha+\beta)}{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}\right):\left(\frac{\alpha(\alpha+\beta)-\beta(\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)}\right)=$$

$$=\left(\frac{\alpha^2-\alpha\beta+\beta\alpha+\beta^2}{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}\right):\left(\frac{\alpha^2+\alpha\beta-\beta\alpha+\beta^2}{(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)}\right)=$$

$$=\frac{\alpha^2+\beta^2}{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}:\frac{\alpha^2+\beta^2}{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}=1$$

8.

Να γίνουν οι πράξεις

α) $\dfrac{\alpha+\frac{1}{\alpha}-1}{\frac{1}{\alpha}-1}\cdot\dfrac{\alpha^2-1}{\alpha^3+1}$ **β)** $\dfrac{\frac{x}{x+1}+\frac{1-x}{x}}{\frac{x}{1+x}-\frac{1-x}{x}}:\dfrac{1}{4x^4-1}$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\frac{\frac{\alpha^2}{\alpha}+\frac{1}{\alpha}-\frac{\alpha}{\alpha}}{\frac{1}{\alpha}-\frac{\alpha}{\alpha}}\cdot\frac{\alpha^2-1}{\alpha^3+1}=\frac{\frac{\alpha^2+1-\alpha}{\alpha}}{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\cdot\frac{\alpha^2-1}{\alpha^3+1}=\frac{\alpha(\alpha^2+1-\alpha)}{\alpha(1-\alpha)}\cdot\frac{(\alpha-1)(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\alpha^2-\alpha+1)}$$

$$=\frac{\alpha-1}{1-\alpha}=\frac{-(1-\alpha)}{1-\alpha}=-1$$

β)

$$\frac{\frac{x}{x+1}+\frac{1-x}{x}}{\frac{x}{1+x}-\frac{1-x}{x}}:\frac{1}{4x^4-1}=\frac{\frac{x^2}{x(x+1)}+\frac{(1-x)(x+1)}{x(x+1)}}{\frac{x^2}{x(1+x)}-\frac{(1-x)(x+1)}{x(x+1)}}:\frac{1}{(2x^2-1)(2x^2+1)}$$

$$=\frac{\frac{x^2+(1-x)(1+x)}{x(x+1)}}{\frac{x^2-(1-x)(1+x)}{x(1+x)}}\cdot(2x^2-1)(2x^2+1)$$

$$=\frac{x(x+1)(x^2+1-x^2)}{x(x+1)(x^2-1+x^2)}\cdot(2x^2-1)(2x^2+1)=2x^2+1$$

9.

Δίνεται η παράσταση $A=\dfrac{10}{x+3}-\dfrac{4}{3-x}+\dfrac{12(1-x)}{x^2-9}$

α) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζεται

β) Να γίνουν οι πράξεις

γ) Να βρεθεί η τιμή του εξαγόμενου όταν $x=\dfrac{3}{2}$

δ) Αν $A=5$ να βρεθεί η τιμή του x

Προτεινόμενη λύση

α)

Θα πρέπει $x+3\neq 0$ και $3-x\neq 0$ και $x^2-9\neq 0$

$x+3\neq 0$ και $3-x\neq 0$ και $(x-3)(x+3)\neq 0$

$x\neq 3$ και $x\neq -3$

β)

$$A=\frac{10}{x+3}-\frac{4}{3-x}+\frac{12(1-x)}{x^2-9}=\frac{10}{x+3}+\frac{4}{x-3}+\frac{12(1-x)}{(x-3)(x+3)}=$$

$$=\frac{10(x-3)}{(x+3)(x-3)}+\frac{4(x+3)}{(x-3)(x+3)}+\frac{12(1-x)}{(x-3)(x+3)}$$

$$=\frac{10x-30+4x+12+12-12x}{(x+3)(x-3)}=$$

$$=\frac{2x-6}{(x+3)(x-3)}=\frac{2(x-3)}{(x+3)(x-3)}=\frac{2}{x+3}$$

γ)

Για $x=\dfrac{3}{2}$ είναι $A=\dfrac{2}{\frac{3}{2}+3}=\dfrac{2}{\frac{3}{2}+\frac{6}{2}}=\dfrac{2}{\frac{9}{2}}=\dfrac{4}{9}$

δ)

Αν $A=5$ τότε $5=\dfrac{2}{x+3}$ άρα $5x+15=2$ άρα $5x=-13$ άρα $x=-\dfrac{13}{5}$